

BÀI TẬP LỚN CUỐI KỲ

MÔN TOÁN CAO CẤP A-C (Cao đẳng)

(Học kỳ 2 – Năm học 2020 – 2021)

Chú ý:

- Bài làm viết tay rõ ràng bằng bút bi mực xanh hoặc mực đen trên giấy khổ A4 (hoặc giấy tập học sinh để đứng tương đương khổ A4).
- Bài làm phải trình bày chi tiết.
- Bắt đầu lời giải câu mới trên tờ giấy mới.
- Khi ghép thành 1 file để nộp, các câu trong bài làm phải được sắp xếp theo thứ tự tăng dần (không được trình bày trộn lẫn giữa các câu).

Quy ước: Chữ số thứ 2 và 3 (phải sang trái) trong dãy 8 chữ số của mã số sinh viên (MSSV) gọi là m và n . Ví dụ sinh viên có MSSV là 20234561: $m = 6$ và $n = 5$.

Câu 1 (3 điểm). Cho hai ma trận:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \\ 1 & 4 & 5 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 1 & n+1 & 3 \\ 2 & n & m+8 \end{bmatrix}$$

- Tính $2A^2 + B - I_3$.
- Tính $P = -2\det(A) + \det(B)$.

Câu 2 (2 điểm). Giải hệ phương trình với các ẩn x, y, z :

$$\begin{cases} 2x + 3y + z = n \\ x - 4y + 4z = m \\ 5x + 2y + 6z = m + n \end{cases}$$

Câu 3 (2 điểm). Trong KGVT \mathbb{R}^3 cho cơ sở

$$F = \{(1, 1, 0), (0, 1, 1), (1, 1, 1)\} \text{ và vector } x = (m, n, 2).$$

Hãy tìm tọa độ của vector x đối với cơ sở F .

Câu 4 (3 điểm). Mật mã Hill được Lester S.Hill phát minh năm 1929. Trong đó, bản rõ là thông điệp chưa mã hóa, bản mã là thông điệp đã mã hóa. Quá trình chuyển đổi từ bản rõ sang bản mã gọi là mã hóa. Quá trình chuyển từ bản mã sang bản rõ gọi là giải mã.

Mỗi ký tự trong bản mã là một tổ hợp tuyến tính của các ký tự trong bản rõ. Khóa mã được sử dụng là một ma trận vuông khả nghịch.

Dữ liệu ký tự chuyển thành số theo bảng sau:

A	1
B	2
C	3
D	4
E	5
F	6
G	7
H	8
I	9

J	10
K	11
L	12
M	13
N	14
O	15
P	16
Q	17
R	18

S	19
T	20
U	21
V	22
W	23
X	24
Y	25
Z	26

Các số ngoài $[1, 26]$ được tìm bằng cách lấy các đồng dư của nó theo module 26.

Ví dụ 1:

$27 \bmod 26 = 1$, tương ứng ký tự A.

$68 \bmod 26 = 68 - 26 \times 2 = 68 - 52 = 16$, tương ứng ký tự J.

$26 \bmod 26 = 0$; $78 \bmod 26 = 0$, tương ứng Z.

$-3 \bmod 26 = 23$, tương ứng W.

Ví dụ 2: Cho bản rõ: IAMHIDEN và Khóa: $K = \begin{bmatrix} 7 & 8 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$.

Ta thực hiện mã hóa như sau:

Dùng bảng quy ước viết ma trận cho bản rõ: $A = \begin{bmatrix} I & M & I & E \\ A & H & D & N \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 9 & 13 & 9 & 5 \\ 1 & 8 & 4 & 14 \end{bmatrix}$.

Thực hiện mã hóa:

$$K.A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 9 & 13 & 9 & 5 \\ 1 & 8 & 4 & 14 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11 & 29 & 17 & 33 \\ 21 & 50 & 30 & 52 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} K & C & Q & G \\ U & X & D & Z \end{bmatrix}$$

Bản mã là: KUCXQDGZ

$$\text{Để giải mã: } \begin{bmatrix} K & C & Q & G \\ U & X & D & Z \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 11 & 3 & 17 & 7 \\ 21 & 24 & 4 & 0 \end{bmatrix} = B$$

$$K^{-1}B = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 11 & 3 & 17 & 7 \\ 21 & 24 & 4 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & 13 & 9 & 5 \\ 1 & 8 & 4 & 14 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} I & M & I & E \\ A & H & D & N \end{bmatrix}$$

Bản rõ là: IAMHIDEN.

Dựa vào ý tưởng của mật mã Hill sinh viên hãy trình bày phương pháp mã hóa với bảng mã 27 ký tự kể cả khoảng trắng (quy ước khoảng trắng = 0). Áp dụng với khóa

$$K = \begin{bmatrix} m & m+1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

và bản rõ là tên của chính mình viết không dấu.