

BÀI TẬP LỚN CUỐI KỲ MÔN TOÁN CAO CẤP 2

(Học kỳ 2 – Năm học 2020 – 2021)

Chú ý:

- Bài làm được viết tay rõ ràng bằng bút bi mực xanh hoặc mực đen trên giấy khổ A4 (hoặc giấy tập học sinh để đứng tương đương khổ A4).
- Bài làm phải được trình bày chi tiết.
- Bắt đầu lời giải câu mới trên tờ giấy mới.
- Khi ghép thành 1 file để nộp, các câu trong bài làm phải được sắp xếp theo thứ tự tăng dần (không được trình bày trộn lẫn giữa các câu).

Quy ước: Chữ số thứ 2 và 3 (phải sang trái) trong dãy 8 chữ số của mã số sinh viên (MSSV) gọi là m và n . Ví dụ sinh viên có MSSV là 20234561: $m = 6$ và $n = 5$.

Câu 1 (2 điểm). Cho hệ các vector

$$U = \{(1, 2, n); (0, -1, 1 - n); (2, 3, n + 1); (1, 0, 2 - n)\}.$$

- Tìm số chiều và một cơ sở W của không gian con sinh bởi hệ vector U .
- Tìm tham số k để $u = (2, 3, k^2 + 1)$ là một tổ hợp tuyến tính của W , và suy ra $[u]_W$.

Câu 2 (2 điểm). Trong không gian vector \mathbb{R}^3 cho hai hệ vector

$$U = \{u_1 = (m - 2, 2, 5); u_2 = (2, 1, 3); u_3 = (3, 1, 3)\},$$

$$V = \{v_1 = (m - 1, 2, 1); v_2 = (m, 2, 1); v_3 = (-1, 7, 4)\}.$$

- Chứng tỏ U, V là hai cơ sở của \mathbb{R}^3 .
- Cho $x = (m, 2, -3)$, tìm tọa độ của x theo cơ sở V .
- Tìm $P_{U \rightarrow V}$ và $P_{V \rightarrow U}$.
- Sử dụng công thức đổi tọa độ, tìm tọa độ của x theo cơ sở U .

Câu 3 (2 điểm). Cho ánh xạ tuyến tính $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ và hai cơ sở của \mathbb{R}^3 :

$$B = \{b_1 = (1, 3, 3), b_2 = (-n, 6, 5), b_3 = (1, 2, 2)\},$$

$$C = \{c_1 = (2, -n + 3, 3), c_2 = (-5, -1, -5), c_3 = (1, 0, 1)\}.$$

Biết: $f(b_1) = (-5, 6, 4)$, $f(b_2) = (-8, 5, 2)$, $f(b_3) = (-9, -2, -5)$.

- Tìm ma trận $A = [f]_{E_3}$, từ đó suy ra biểu thức của $f(x_1, x_2, x_3)$.

b. Tìm ma trận $[f]_B$.

c. Từ $[f]_B$, hãy tính ma trận $[f]_B^C$.

d. Cho vector $x = (-2, 3, n)$, hãy tính $[x]_B$ và suy ra $[f(x)]_C$.

Câu 4 (3 điểm). Cho ma trận $A = \begin{pmatrix} -3 & -2m-2 & 2-2m \\ 2 & 2m+1 & 2m-2 \\ -2 & -m-1 & 2-m \end{pmatrix}$.

a. Chéo hóa ma trận A .

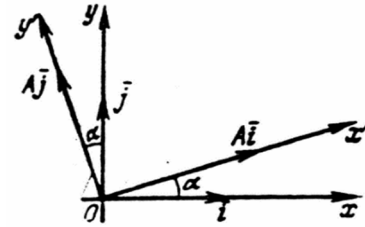
b. Từ kết quả câu a, hãy tính A^{10} .

Câu 5 (1 điểm).

a. Trong mặt phẳng Oxy , phép quay mỗi vector quanh gốc tọa độ một góc α ngược chiều kim đồng hồ là một ánh xạ tuyến tính (Hình 1). Hãy tìm ma trận biểu diễn và biểu thức của phép quay trên.

Áp dụng: Cho tam giác MNP gồm các đỉnh $M(1,1)$, $N(1,2)$, $P(3,3)$ hãy tìm ảnh của tam giác MNP qua phép quay nói trên, biết góc quay là $\alpha = \pi/4$ và vẽ hình biểu diễn.

b. Trình bày một ứng dụng của môn học này.



Hình 1 Phép quay trên mặt phẳng

----- Hết -----